

小波系数相关特性及其在分层结构编码中的应用

王 嘉, 余松煜

(上海交通大学图像通信所, 上海 200030)

摘 要: 分层树结构的编码和预测编码都是小波图像压缩中较为有效的方法, 本文将就不同子带间及相同子带中小波系数的关联性作一探讨, 提出了一种基于预测的分层结构编码算法(PBW), 并对预测方程的选择进行了研究. 实验结果表明, PBW 算法是目前较为有效的算法之一.

关键词: 预测; 位平面; 子带

中图分类号: TN919.8 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2001)10-1384-04

Correlation of Wavelet Coefficients and Its Application in Bit-plane Structure Coding

WANG Jia, YU Song-yu

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Bit plane structure coding and predictive coding are both efficient methods in wavelet compression. In this paper, the correlation of wavelet coefficients in all subbands is studied, a new algorithm named Predictive Bit plane Wavelet coding is proposed, and the choice of the prediction function is studied. Experiment results show that the PBW algorithm is very effective.

Key words: prediction; bit plane; subband

1 引言

从 20 世纪 90 年代以来, 小波图像压缩一直是人们研究的重要课题之一, 各种新方法层出不穷. 其中, 相当大一部分工作都或多或少使用了变换域各子图系数之间的相关性. 这种预测的思想可以追溯到文[5]的工作, 在文[5]中, 当较高层次上小波系数的幅值相对较小时, 其在较低层次上相应位置处的系数幅值也将被认为较小. 虽然从结果来看, 这种“强制零树”的预测方法并不十分有效, 但“零树”的概念, 作为一种利用不同层次间系数幅值关系的方法, 已经被许多较为成功的算法所采用^[2,3]. 近几年来, 一种基于上下文(context based)的预测编码^[4,6]也引起了很多学者的注意. 在本文中, 将就不同子带间及相同子带中小波系数的关联性作一探讨, 据此提出了自己的预测方法, 并将其应用于分层树结构编码中, 取得了较好的效果.

2 小波系数关联特性分析

由于二维小波变换的核可分离性, 对于静止图像的二维小波变换可由两次一维小波变换组合而成, 所得的不同子带如图 1 所示. 文[1]中给出了小波系数的近似分布函数:

$$P_{o,l} = a_{o,l} \exp(-|b_{o,l}|x/r_{o,l}) \quad (1)$$

其中 $a_{o,l} = \frac{b_{o,l} r_{o,l}}{2\Gamma(1/r_{o,l})}$, $b_{o,l} = \frac{1}{\sigma_{o,l}} \frac{\Gamma(3/r_{o,l})^{1/2}}{\Gamma(1/r_{o,l})^{1/2}}$

$\sigma_{o,l}$ 为由于子带方向和分解层数决定的子带的标准差, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数. $r_{o,l}$ 一般取值为 0.7. 从上式看出, 对于细节子图, 由于其方差较小, 故其概率分布函数较尖锐, 幅值较大的系数较少, 能否高效地表达出这些大幅值系数的位置, 将直接影响算法的效率.

由于小波分析同时反映了原信号在空域和频域上的特性, 故小波分解后不同的细节信号代表了原图像中具有一定方向的高频分量. 原图中的一些边缘、线条等突变结构在细节信号中表现就很明显, 当我们使用长度较短的滤波器时, 这种突变结构在细节信号中必然是局部的, 又若滤波器是线性相位的, 则不同分辨率细节信号在空间位置上应存在着简单的对应关系. 同样, 对于非突变结构, 能量较小或为零的细节信号之间在空间位置上也有这种对应关系(图 2). 另外, 由于图像的边缘往往表现出聚集的特性, 故各子带中幅值较大的系数也往往表现出聚集的特性. 综上所述, 可以看出: 对于任一小波系数, 它与其周围以及父代的小波系数存在着如下几方面的关联性:

(1) 父子节点系数之间: 即如父代节点的幅值较大(或较小), 则子代节点的幅值也很有可能较大(或较小).

(2) 同子带相邻系数之间: 即若某小波系数周围的系数幅值较大(或较小), 则该小波系数的幅值也很有可能较大(或较小).

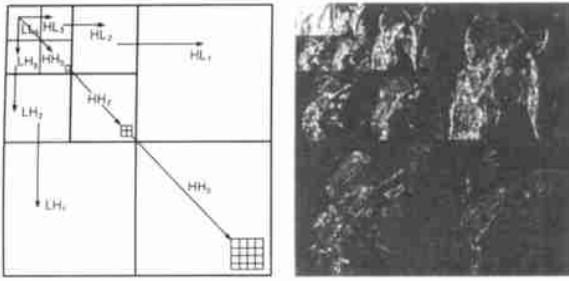


图 1 子带示意图

图 2 LENA 分解图

(3) 不同子带相同位置系数之间: 即若与某小波系数处于不同子带但相同位置的系数幅值较大(或较小), 则该小波系数的幅值也很有可能较大(或较小)。

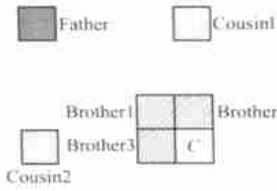


图 3 与系数 C 关联性较强的系数位置。其中侄子节点与另外两个同层子带中对应位置上的点, 兄弟节点为同一节带中相邻位置上的点。

为预测某小波系数 $C(o, l, x, y)$, (其中 o : 子带方向; l : 分解层数; x, y 为该子带内的空间位置) 的幅值大小。以 HH 子带为例, 我们考察了一些典型点(如图 3 所示), 文献[6]中给出了这些典型点处的系数幅值与 C 幅值之间的互信息, 其值均在 0.5 左右。为进一步研究这些典型点处的系数幅值与 C 的幅值关联性, 根据 LENA512 × 512 图像作出了小波系数 C 与

这些典型点的对数幅值图。(图 4 所示)

3 预测器的形式

根据第 2 节中对系数关联性的分析, 可以对与某系数 C 关联性较强的点辅以不同权重来预测其幅值的大小。基本的预测方程为^[6]:

$$l(Q) \equiv w \cdot Q = \sum_k w_k Q_k \quad (2)$$

其中: Q_k 为与系数 C 关联性较强的那些点的幅值, $l(Q)$ 为预测值。显然, w 的选择将直接影响预测的好坏, 而对于不同的编码方法, 有不同的“好坏”判据。我们的预测对象是某系数的后代节点或孙代节点中是否有幅值大于某给定门限的系数。因此, 我们的预测方程为:

$$P \equiv w \cdot Q = \sum_k w_k Q_k \quad (3)$$

其中 P 代表系数 C 的后代节点(或孙代节点)中最大幅值的预测值, Q_k 为与系数 C 的后代节点(或孙代节点)关联性较强的点的幅值。 Q_k 及 w 的选择依据将在第 5 节中叙述。

4 基于预测的分层结构编码算法

该算法的主要思想是:(1)利用小波系数分层树结构编码的高效性。(2)利用在本文前面所分析的预测方法进一步提高编码效率。

在编码过程中将产生四个集合:(1)兄弟节点被检出但自身未被检出系数集 LIP; (2)自身已被检出系数集 LSP; (3)待考察后代(或孙代)系数集 WS; (4)延迟编码集 DES; 其中前三

个基本同^[3], 将 DES 加入的原因在于把能被良好预测的节点单独编码将会提高编码效率。

定义 $O(i, j)$ 为 (i, j) 像素点的四个儿子节点, $D(i, j)$ 为其所有后代节点, $L(i, j)$ 为 $O(i, j)$ 的所有后代节点, 即孙代节点, $L(i, j) = D(i, j) - O(i, j)$ 。其算法过程如下, 其中 $S_n(\bullet)$ 定义为:

$$S_n(\Gamma) = \begin{cases} 1, & \max_{(i,j) \in \Gamma} \{ |C_{i,j}| \} \geq 2^n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

其中 Γ 为集合, 当为单一节点时, 用其坐标 (i, j) 表示。

(1) 初始化: 输出 $n = \lceil \log_2(\max_{(i,j)} \{ |C_{i,j}| \}) \rceil$; 将 LSP 设置为空, 将所有最高层系数 (i, j) 放入 LIP 集中, 并将其中有后代的节点放入 WS 中, 并标以 A 类。(表明其所有后代节点均需考察)

(2) 分类过程:

(2.1) 对所有 LIP 中节点:

(2.1.1) 输出 $S_n(i, j)$;

(2.1.2) 如果 $S_n(i, j) = 1$; 则将 (i, j) 节点移至 LSP 中并输出 C_{ij} 的符号;

(2.2) 对于所有 WS 中的节点:

(2.2.1) 对于 A 类节点, 计算预测值 P 。

◆如果预测值 $P >$ 门限 P_2 , 则转(2.2.2)

◆如果预测值 $P <$ 门限 P_1 , 将节点加入 DES 集中, 而不立即编码。

◆否则直接输出 $S_n(D(i, j))$, 如果 $S_n(D(i, j)) = 1$, 则转

(2.2.2)

(2.2.2) 对所有 $O(i, j)$ 中节点:

◆输出 $S_n(k, l)$;

◆如果 $S_n(k, l) = 1$, 则将 (k, l) 节点加入到 LSP 中并且输出 C_{kl} 的符号;

◆如果 $S_n(k, l) = 0$, 则将 (k, l) 节点加入到 LIP 中;

如果 $L(i, j)$ 非空, 则将 (i, j) 节点移至 WS 的尾部, 并以 B 类标之(表明仅需考察孙代节点), 否则, 将 (i, j) 节点移出 WS 集;

(2.2.3) 如果节点为 B 类型, 计算预测值 P 。

◆如果预测值 $P >$ 门限 P_2 , 则转(2.2.4)

◆如果预测值 $P <$ 门限 P_1 , 将节点加入 DES 集中, 而不立即编码。

◆否则直接输出 $S_n(L(i, j))$, 如果 $S_n(L(i, j)) = 1$, 则转

(2.2.4)

(2.2.4) 将 (i, j) 节点的四个儿子节点以 A 类型加入到 LIS 集中, 并将 (i, j) 节点移出 WS 集。

(2.2.5) 对 DES 集中 A 类节点: 将所有 $S_n(D(i, j))$ 值用游程编码后输出, 并且如果 $S_n(D(i, j)) = 1$, 则转(2.2.2)。

对 DES 集中 B 类节点: 将所有 $S_n(L(i, j))$ 值用游程编码后输出, 并且如果 $S_n(L(i, j)) = 1$, 则转(2.2.4)。

(3) 细化过程: 对所有 LSP 中节点 (i, j) , 除去那些在最后一次分类过程中出现的节点, 输出 $|C_{ij}|$ 的第 n 个最有价值比特。

(4) 将 n 减 1, 转向(2)步.

5 预测方程的选择

在前文中已经叙述了预测方程的思想, 显而易见, 在实际算法应用中, 有三个关键问题: (1) Q_k 的选择; (2) w 的选择; (3) 门限 P_1, P_2 的选择. 下面将就这三个问题分别进行讨论.

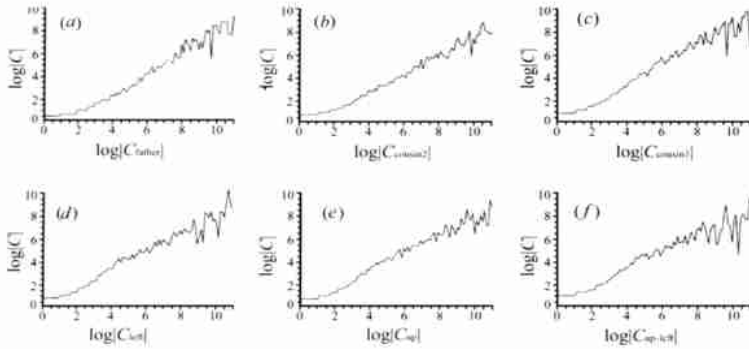


图 4 小波系数 C 与典型点的对数幅值图. 横坐标为预测点所处的幅值范围, 纵坐标为当预测点所处一定幅值范围时被预测点 C 的均值. (a) 图中预测点为父节点, (b), (c) 图中预测点为两个侄子节点, (d), (e), (f) 图中预测点为三个兄弟节点. 从图中可以看出, 某些预测点与被预测点的关联性相对较强, 如 C_{up} , 而某些预测点与被预测点的关联性相对较弱, 如 $C_{up, left}$.

考虑到解码的可实现性, Q_k 的值是该位置处根据已被检出的比特值所得的重建幅值, 而不是该位置处原系数的幅值.

5.2 w 及门限 P_1, P_2 的选择

这两个问题是不可分割的. 由于对后代节点的预测与对孙代节点的预测在形式上是相同的, 故下面的分析对它们都有效.

对于给定的 w 值, 依照 w 将 DES 集中的系数按照 P 值从大到小排列. 从大端开始, 选择 P_2 满足如下的条件:

$$P_2 = \arg \max_{p_2} (b_s - b_i) \quad (5)$$

其中, b_s 为省去输出类型的节点个数, b_i 为预测与实际不符的, 在以后的编码中所增加的比特开销.

在作 P_1 的选择时, 从小端开始使用游程码, 使得 P_1 满足如下的条件:

$$P_1 = \arg \max_{p_1} (b_s - b_r) \quad (6)$$

其中 b_r 为从小端到 P_1 的游程码长.

当采用算术编码时, $P > P_2, P_1 < P < P_2$ 及 $P < P_1$ 三段是采用不同的算术码模型编码的. P_1, P_2 的选择依据是: 使三段分开编码后的总码字数之和最少. 平均码字可由 DES 集中比特的一阶熵近似:

$$\bar{T} = \sum_i (-p_i \log p_i) \quad i = 0, 1 \quad (7)$$

式中: p_i 为在该段中码字 0, 1 出现的概率.

改变 w 值, 重新计算 P_1, P_2 值, 直至达到最优, 即三段分开编码后的总码字数和最少. 一般而言, 对于相同的方向上的子带, 其 w 值相对较为固定, 故在进行完高层次比特平面的编码后, 较低层次 w 的值可在高层次 w 的附近搜索. 可以看出, P_1 和 P_2 的选择方式是不同的. 这是因为当预测值大于

5.1 Q_k 的选择

根据 PBW 的算法结构, 以及编码时各子图的扫描顺序是: 对于 HL 子图, 采用垂直扫描, 对于 LH, HH 子图, 采用水平扫描. 考虑到解码端预测的可实现性, 我们对 Q_k 的位置选择如图 5 所示.

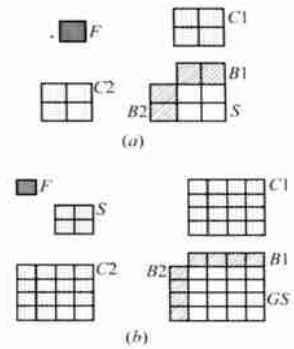


图 5 对后代或孙代所使用的预测点 Q_k 位置. F : 父节点; C : 侄子节点; B : 兄弟节点; S : 儿子节点; GS : 孙子节点; (a) 图表示对后代所使用的预测点 Q_k 为 $F, C1, C2, B1, B2$; (b) 图表示对孙代所使用的预测点 Q_k 为 $F, S, C1, C2, B1, B2$; 其中每个预测点值由实际编码中已达到的精度给出.

P_1 而实际上后代(或孙代)中无幅值大于给定门限的系数时, 并不影响编解码的精度, 而当预测值小于 P_2 而实际上后代(或孙代)中有幅值大于给定门限的系数, 如果不输出节点类型而又不对其位置另外进行编码的话, 将会引入较大误差.

6 编码器框图

图 6 示出了根据 PBW 算法设计的编码器框图. 由于解码过程与编码过程在流程上一致, 故不重复画出.

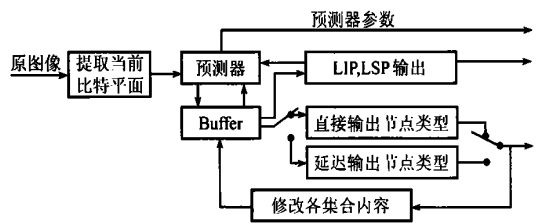


图 6 编码器框图

7 算法实验结果及讨论

我们使用文[1]中 9-7 抽头滤波器, 对原图像进行 6 层小波变换, 在边界处使用奇对称周期延拓方式. 图 7(a) 所示的是对 Lena 512×512 图像进行编码与重建后在不同码率下的结果, 编码过程中没有使用算术编码. 图 7(b) 所示的是对第 4 节中算法完成后使用算术编码所得的结果. 两图中都列出了另外几种类似的算法结果, 以供比较. 另外, 7(c) 和 7(d) 分别列出了 PBW 和 SPIHT 算法对 Boat 512×512 , Peppers 512×512 等图像的结果比较.

从算法结果来看, 对于 Lena 512×512 , Boat 512×512 , Pepp-

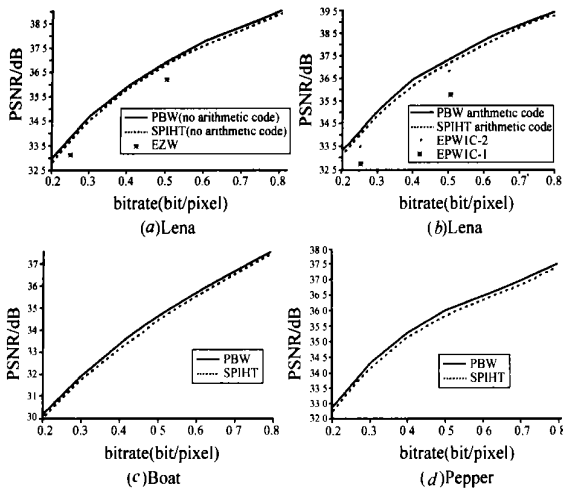


图 7 几种算法结果比较。(a)中使用未经算术码的 PBW, (b)中使用了经算术码的 PBW 算法, (a) (b)中的测试图像为 Lena 512×512 , (c)中的测试图像为 Boat 512×512 , (d)中的测试图像为 Peppers 512×512 。EZW 算法参考文献[2], SPIHT 参考文献[3], EPWIC-1, -2 参看文[6]

pers 512×512 等图像来说, PBW 算法较 SPIHT 算法约有 0.1–0.2dB 的改善, 与 EPWIC 算法比较, 有 0.5dB 以上的提高。但是在编码过程中, 由于我们要对待编码层的所有码字进行分析, 故较 SPIHT 算法而言将会有有一个编码层的时延, 并且因为要进行预测方程的选择, 也将增加一定的算法复杂度。PBW 算法对于静止图像所需的编码时间约为 SPIHT 的 2 倍。

从算法复杂度和效果来看, PBW 算法比较适合非实时图像压缩和传输, 或者用于图像存储。另外, 从严格意义上说, PBW 算法并不是嵌入式(embedded)的, 与 SPIHT 相比, PBW 在每一编码层中的编码顺序是不同的, 在 PBW 的每一编码层中, 后代能量较小的节点将滞后编码, 这一点从率失真角度来说说是合理的。因此, PBW 算法较好地保持了渐进性(Progressive)编码的特性。

SPIHT 是一个高效的小波图像压缩算法, 但其并没有充分利用小波系数关联特性, 本文尝试在利用小波系数关联特

性上进行研究, 提出的 PBW 算法取得了一定的改进, 而如何将小波系数的这种关联性更高效地应用于小波压缩编码中将是我们的下一步研究的重点之一。

参考文献:

- [1] M Antonini, M Barlaud, P Mathieu & I Daubechies. Image coding using wavelet transform [J]. IEEE Trans. On Image Processing, 1992, 1(2): 205–220.
- [2] J M Shapiro. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 1993, 41: 3445–3462.
- [3] A Said, W A Pearlman. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees [J]. IEEE Trans. On Circuits & System for video Tech, 1996, 6.
- [4] C Chrysafis, A Ortega. Line based reduced memory wavelet image compression [A]. Proc. IEEE Data Compression Conference [C], (Snowbird, Utah), 1998: 398–407.
- [5] Lewis A S, Knowles G. Image compression using the 2D wavelet transform [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1992, 1(2), 244–250.
- [6] R W Buccigrossi, E P Simoncelli. Image compression via joint statistical characterization in the wavelet Domain [J]. GRASP Lab Tech. Report Univ. of Pennsylvania 30 1997.

作者简介:

王 嘉 男, 1975 年 7 月出生于上海。博士研究生, 1999 年起在上海交通大学图像通信与信息处理研究所攻读博士学位。主要研究方向: 视频压缩, 图像通信。



余松煜 男, 1941 年 9 月出生于上海。博士生导师。上海交通大学图像通信与信息处理研究所教授。主要研究方向: 视频压缩, 图像通信。